

Bhaskaracharya Pratishthana, Pune
Bhaskaracharya Mathematics Talent Search Competition
(BMTSC) 2023 - 2024 : Round 2

Duration: 2 Hours 30 Minutes

Maximum Marks: 60

Sunday, 04/02/2024

Instructions for the candidates

- The question paper contains 8 Questions of 4 Marks and 4 Questions of 7 Marks.
- All questions are compulsory. There is no internal option.
- Use of calculators is NOT allowed.
- Draw neat and labelled diagrams, wherever necessary.

SECTION A - 32 MARKS

Q1 - Each question carries 4 marks.

Give proper justification for all your answers.

1.

In a magic square, the sums of the numbers in each row, column and both the main diagonals are equal.

Complete the following magic square and find the value of X.

ज्या चौरसामध्ये प्रत्येक आडव्या ओळीतील, प्रत्येक उभ्या स्तंभातील तसेच दोन मुख्य कर्णावरील सर्व संख्यांची बेरीज समान असते, अशा चौरसाला "जादूचा चौरस" म्हणतात.

खाली दिलेला जादूचा चौरस पूर्ण करा आणि X ची किंमत काढा.

13		X
15		7
		9

2.

When adding two natural numbers, Monica put an extra zero at the end of the first number and instead of getting 1481, she got the sum as 5585.

What were the original numbers that Monica intended to add?

दोन नैसर्गिक संख्यांची बेरीज करताना मोनिकाच्या हातून पहिल्या संख्येच्या शेवटी एक जास्तीचे शून्य पडले आणि त्यामुळे 1481 हे उत्तर मिळण्याऐवजी तिला 5585 असे उत्तर मिळाले. तर, मोनिकाला प्रत्यक्षात ज्या संख्यांची बेरीज करायची होती त्या संख्या कोणत्या होत्या?

3.

The digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9 are to be written in a 3 x 3 square grid such that all the following conditions will be satisfied:

- The product of the three digits in the first row is 12.
- The product of the three digits in the second row is 112.
- The product of the three digits in the first column is 216.
- The product of the three digits in the second column is 12.

Give proper reasons for your arrangement.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 आणि 9 यातील प्रत्येक अंक एका 3 x 3 चौरसातील घरांमध्ये अशा रीतीने मांडायचे आहेत, की;

- पहिल्या रांगेतील तीन अंकांचा गुणाकार 12 असेल.
- दुसऱ्या रांगेतील 3 अंकांचा गुणाकार 112 असेल.
- पहिल्या ओळीतील तीन अंकांचा गुणाकार 216 असेल.
- दुसऱ्या ओळीतील अंकांचा गुणाकार 12 असेल.

अशी रचना तयार करा, आणि कारणे देऊन लिहा.

4.

A and B are two unequal positive integers;

A is a 3-digit number less than 400.

Find A and B if $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = 1$

A आणि B या दोन भिन्न धनसंख्या आहेत. A ही 400 पेक्षा लहान असलेली 3 अंकी संख्या आहे. जर $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = 1$ असेल, तर A आणि B चे मूल्य काढा.

5.

At 7 a.m., Ramesh started his morning walk.

He started walking towards Suresh's house at a constant speed of 6 km/hr.

At 7:30 am, Suresh started walking towards Ramesh with a constant speed of 7 km/hr. The distance between their houses was 9.5 km.

Suresh had a dog with him. As soon as Suresh started walking, the dog started running towards Ramesh.

When the dog reached Ramesh, it turned back and started running towards Suresh again. The dog kept running back and forth in this manner, till the time Ramesh and Suresh met each other.

If the speed of the running dog was 14 km/hr, then was the total distance covered by the dog during this run?

रमेशने सकाळी 7 वाजता मॉर्निंग वॉक सुरू केला.

तो ताशी 6 किमीच्या नियमित वेगाने सुरेशच्या घराकडे चालू लागला.

सकाळी 7.30 वाजता सुरेश ताशी 7 किमीच्या नियमित वेगाने रमेशच्या घराकडे चालू लागला.

त्यांच्या घरांमधील अंतर 9.5 किमी होते. सुरेशसोबत एक कुत्रादेखील होता.

सुरेश चालायला लागताच त्याचा कुत्रा रमेशच्या दिशेने धावू लागला.

कुत्रा रमेशपर्यंत पोहोचल्यावर तो मागे वळला आणि पुन्हा सुरेशच्या दिशेने धावू लागला.

रमेश आणि सुरेश एकमेकांना भेटेपर्यंत कुत्रा असाच मागे मागे धावत राहिला.

जर धावणाऱ्या कुत्र्याचा वेग 14 किमी प्रतितास असेल, तर कुत्र्याने एकूण किती अंतर धावून कापले?

6.

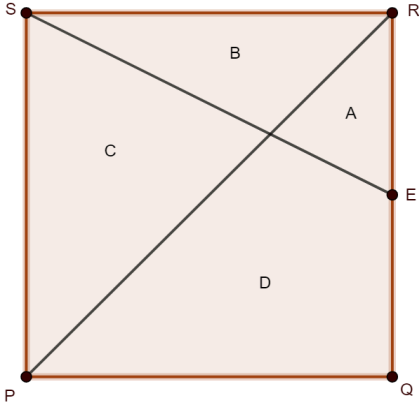
Find the digit in the unit's place of the number obtained after evaluating the following expression:

$$[67 \times 67 \times 67 \times \dots 99 \text{ times}] + [99 \times 99 \times 99 \times \dots 67 \text{ times}] - 67 - 99$$

दिलेली पदावली सोडवली असता येणाऱ्या संख्येच्या एकक स्थानी असणारा अंक काढा.

$$[67 \times 67 \times 67 \times \dots 99 \text{ वेळा}] + [99 \times 99 \times 99 \times \dots 67 \text{ वेळा}] - 67 - 99$$

7.



The figure shows a square PQRS of side 1 cm each.

E is the midpoint of side QR.

A, B, C and D are 4 parts of this square as indicated.

The base and height of triangle C is, respectively, twice the base and height of triangle A.

Find the areas of A, B, C and D.

वर दिलेल्या आकृतीत 1 सेमी बाजू असलेला एक चौरस PQRS दाखवला आहे.

E हा QR या बाजूचा मध्यबिंदू आहे.

A, B, C आणि D हे त्या चौरसाचे आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे 4 भाग आहेत.

C या त्रिकोणाचे base (पाया) आणि height (उंची) हे अनुक्रमे A या त्रिकोणाच्या base (पाया) आणि height (उंची) याच्या दुप्पट आहेत.

तर A, B, C आणि D या भागांचे प्रत्येकी क्षेत्रफळ किती?

8.

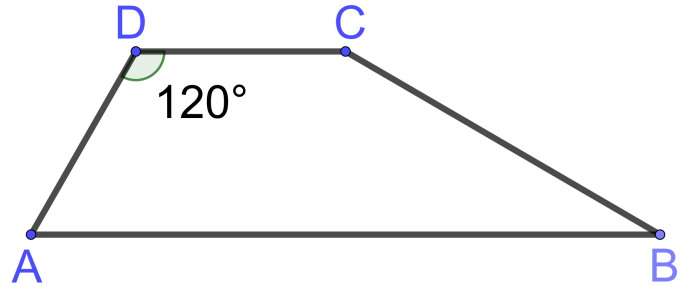
In the trapezium ABCD shown

in the figure given below,

the sides AB and CD are parallel.

Moreover, $\angle CDA = 120^\circ$ and

$CD = DA = \frac{1}{3} AB$.



What is the measure of $\angle ABC$?

आकृतीत ABCD हा समलंब चौकोन दाखवला आहे. AB आणि CD समांतर आहेत.

त्याच प्रमाणे, $\angle CDA = 120^\circ$ आणि $CD = DA = \frac{1}{3} AB$.

तर $\angle ABC$ चे माप काढा.

SECTION B - 28 MARKS

Q2 - Each question carries 7 marks.

Give proper justification for all your answers.

9.

In a strange country, only denominations available for currency notes are: 85, 91, 133, 153, 171, 195, 969, 1235, 1326 and 8398.

A, B and C returned from a visit to this country recently.

A brought back 4 currency notes, all of different denominations with each denomination value divisible by 13.

The LCM of these 4 different denominations brought back by A is not divisible by 7.

B brought back 4 currency notes, all of different denominations with each denomination value divisible by 17.

The LCM of these 4 different denominations brought back by B is not divisible by 5.

C brought back 4 currency notes, all of different denominations with each denomination value divisible by 19.

The LCM of these 4 different denominations brought back by C is not divisible by 9.

- (i) Is there necessarily a common currency denomination among the notes brought back by A, B and C?
If you answer yes, find this denomination.
- (ii) How many, if any, currency denominations are common among the notes brought back by B and C? If your answer is non-zero, list the common currency denominations between B and C.
- (iii) Find the sum of the currency denominations brought back by A.
- (iv) Find the sum of the currency denominations brought back by B.
- (v) Find the sum of the currency denominations brought back by C.

एका विचित्र देशात चलनासाठी फक्त पुढील किमतींच्या/मूल्यांच्या नोटा उपलब्ध आहेत.
85, 91, 133, 153, 171, 195, 969, 1235, 1326, आणि 8398.
अ, ब, आणि क हे तिघे नुकतेच त्या देशाला भेट देऊन परतले.

अ ने परत येताना वेगवेगळ्या किमतींच्या 4 नोटा आणल्या.

त्यांपैकी प्रत्येक नोटेची किंमत दर्शवणारी संख्या 13 ने पूर्ण भाग जाणारी होती.
परंतु त्याने आणलेल्या त्या 4 नोटांच्या किमती दर्शवणाऱ्या संख्यांचा ल.सा.वि.
7 ने पूर्ण भाग जाणारा नव्हता.

ब ने परत येताना वेगवेगळ्या किमतींच्या 4 नोटा आणल्या.

त्यांपैकी प्रत्येक नोटेची किंमत दर्शवणारी संख्या 17 ने पूर्ण भाग जाणारी होती.
परंतु त्याने आणलेल्या त्या 4 नोटांच्या किमती दर्शवणाऱ्या संख्यांचा ल.सा.वि.
5 ने पूर्ण भाग जाणारा नव्हता.

क ने परत येताना वेगवेगळ्या किमतींच्या 4 नोटा आणल्या.

त्यांपैकी प्रत्येक नोटेची किंमत दर्शवणारी संख्या 19 ने पूर्ण भाग जाणारी होती.
परंतु त्याने आणलेल्या त्या 4 नोटांच्या किमती दर्शवणाऱ्या संख्यांचा ल.सा.वि.
9 ने पूर्ण भाग जाणारा नव्हता. या माहितीवरून पुढील प्रश्नांची उत्तरे काढा.

- (i) अ, ब, आणि क या तिघांनी आणलेल्या नोटांमध्ये किमान एक तरी नोट सारख्या किमतीची असणे आवश्यक आहे का? जर उत्तर हो असेल, तर त्या नोटेची किंमत किती?
- (ii) ब आणि क या दोघांनी आणलेल्या नोटांमध्ये जर समान किमतीच्या काही नोटा असतील तर त्या किती होत्या? जर तुमचे उत्तर शून्येतर संख्या असेल, तर त्या समान नोटांची किंमत किती होती?
- (iii) अ ने आणलेल्या सर्व नोटांची एकूण रक्कम काढा.
- (iv) ब ने आणलेल्या सर्व नोटांची एकूण रक्कम काढा.
- (v) क ने आणलेल्या सर्व नोटांची एकूण रक्कम काढा.

10.

In the following cryptarithmic problem, a 4-digit number has been added to a 5-digit number to obtain a 6-digit sum.

खालील उदाहरणामध्ये एका 5 अंकी आणि 4 अंकी संख्येची बेरीज अक्षरांच्या माध्यमातून दाखविण्यात आलेली आहे. बेरजेचे उत्तर ही एक 6 अंकी संख्या आहे.

```
  A P P L E
+ P E A R
=====
C H E R R Y
```

Answer the following questions, providing a proper justification for each of your answers.

प्रत्येक प्रश्नाचे उत्तर योग्य कारणासहित द्या.

- (i) What digits do C, A and H stand for respectively?
C, A आणि H ची किंमत अनुक्रमे किती आहे?
- (ii) What digit does P stand for?
P हे अक्षर कोणता अंक दर्शविते?
- (iii) What digit does E stand for?
E हे अक्षर कोणता अंक दर्शविते?
- (iv) What digit does R stand for?
R हे अक्षर कोणता अंक दर्शविते?
- (v) What digit does Y stand for?
Y हे अक्षर कोणता अंक दर्शविते?
- (vi) What digit does L stand for?
L हे अक्षर कोणता अंक दर्शविते?

11.

There are five houses along a street, numbered 1, 2, 3, 4 and 5, each with one resident.

Given the seven lists shown below of five surnames and the house number in which each of them respectively resides, see if you can determine the surname of the five residents and the number of the house in which each resides.

Note that not all seven lists are the same, therefore they cannot all be correct. None of the lists are completely correct.

The number at the bottom of each list is the number of resident(s) whose surnames have been listed next to the correct house number.

House No.	List A	List B	List C	List D	List E	List F	List G
1	Thakur	Sehwag	Gill	Sehwag	Thakur	Shastri	Shastri
2	Sharma	Jedhe	Dhoni	Dhoni	Sharma	Dhoni	Jedhe
3	Ayyar	Rao	Pandya	Ayyar	Pandya	Verma	Verma
4	Kohli	More	Krishnan	More	More	Dravid	Tendulkar
5	Madhavan	Singh	Shah	Ganguly	Ganguly	Singh	Sen
	(Two)	(Two)	(One)	(One)	(One)	(One)	(One)

- Which resident did you identify first? Explain the logic.
- Also, explain how your complete answer matches all the row-wise and column-wise conditions.

एका रस्त्यावर 1, 2, 3, 4, 5 असे क्रमांक असलेली 5 घरे आहेत. त्या प्रत्येक घराचा एक रहिवासी आहे. खाली घर क्रमांक आणि त्याच्या रहिवाशांच्या आडनावाचे 7 तक्ते दिले आहेत. त्यावरून 5 रहिवाशांची आडनावे आणि त्यांच्या घरांचे क्रमांक ओळखा. हे सात तक्ते वेगळे आहेत. त्यामुळे ते सर्व पूर्ण बरोबर नाहीत. खरे तर त्यातील कोणताच तक्ता पूर्ण बरोबर नाही. प्रत्येक तक्त्याच्या तळाशी जो नंबर दिला आहे तेवढ्याच रहिवाशांची तक्त्यातील स्थाने बरोबर आहेत.

घर क्रमांक	तक्ता A	तक्ता B	तक्ता C	तक्ता D	तक्ता E	तक्ता F	तक्ता G
1	ठाकूर	सेहवाग	गिल	सेहवाग	ठाकूर	शास्त्री	शास्त्री
2	शर्मा	जेधे	धोनी	धोनी	शर्मा	धोनी	जेधे
3	अय्यर	राव	पंड्या	अय्यर	पंड्या	वर्मा	वर्मा
4	कोहली	मोरे	कृष्णन	मोरे	मोरे	द्रविड	तेंडुलकर
5	माधवन	सिंग	शाह	गांगुली	गांगुली	सिंग	सेन
	(दोन)	(दोन)	(एक)	(एक)	(एक)	(एक)	(एक)

- (i) सर्वात आधी तुम्हाला कोणत्या रहिवाशाचा घर क्रमांक बरोबर ओळखता आला? कसा ते स्पष्ट करून सांगा.
- (ii) तसेच तुमचे पूर्ण उत्तर प्रश्नात दिलेल्या तक्त्यांशी आणि आडव्या ओळींशी कसे जुळते, ते स्पष्ट करून सांगा.

12.

m , n and p are whole numbers.

For each of the 3 cases listed below, find all possible sets of values of m , n and p that satisfy the given equation.

m , n व p या पूर्ण (0 आणि नैसर्गिक संख्यांनी बनलेला संच) संख्या आहेत.

खाली m , n व p साठी तीन समीकरणे दिली आहेत.

समीकरणाचे उत्तर असलेली शक्य ती सर्व m , n व p ची त्रिकुटे काढा.

समीकरणे वेगवेगळी सोडवावीत.

a. $(3m + 3) / (n + (1/p)) = 16$

b. $(3m + 3) / (n + (1/p)) = 17$

c. $(3m + 3) / (n + (1/p)) = 18$